Prediksi Curah Hujan Kota Samarinda pada Tahun 2014 dengan Metode Filter Kalman

Rainfall Prediction Samarinda in 2014 with Kalman Filter Method

Eka Syafitri Andarini[1], Sri Wahyuningsih[2], Rito Goejantoro[3]
[1]Mahasiswa Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mulawarman
[2,3]Dosen Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mulawarman
Email: ekasyafitriandarini@yahoo.com[1]

Abstract

Application of Kalman Filter method is intended to model and predict rainfall Samarinda. Kalman Filter method is used to declare a time series model of which is shown in the form of linear state space to determine the future forecast. This method works recursively to minimize inaccuracies in forecasting, which consists of the formation of an initial guess of the state, then the stage will be the prediction and phase correction to improve the estimation is done recursively. Results rainfall prediction Samarinda 2014 with Kalman Filter method tends to be high for any month in which the highest rainfall occurs in November amounted to 324,850 mm and lowest rainfall occurs in July amounted to 256,567 mm.

Keywords: Kalman Filter, rainfall, state space, Time series

Pendahuluan

Cuaca adalah bentuk awal yang dihubungkan dengan penafsiran dan pengertian akan kondisi fisik udara sesaat pada suatu lokasi dan suatu waktu. Sedangkan iklim adalah kondisi lanjutan dan merupakan kumpulan dari kondisi cuaca yang kemudian disusun dan dihitung dalam bentuk rata-rata kondisi cuaca dalam kurun waktu tertentu. Salah satu unsur yang mempengaruhi cuaca dan iklim adalah curah hujan (Winarso, 2000).

Hujan merupakan satu bentuk presipitasi (setiap produk dari kondensasi uap air di atmosfer) yang berwujud cairan. Presipitasi sendiri dapat berwujud padat (misalnya salju dan hujan es) atau aerosol (embun dan kabut). Hujan terbentuk apabila titik air yang terpisah jatuh ke bumi dari awan. Curah hujan merupakan ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap, dan tidak mengalir. Prediksi curah hujan dapat dilakukan dengan metode filter Kalman (Winarso, 2000).

Menurut Brocwell dan Davis (1991), metode filter Kalman digunakan untuk menyatakan suatu model deret waktu yang ditampilkan dalam bentuk linier *state space*. Dimana menurut Aswi dan Sukarna (2006), deret waktu (*time series*) merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap. Filter Kalman adalah sebuah estimator yang berfungsi untuk mengestimasi *state* dari *output*.

Menurut Meinhold dan Singpurwala (1983), keunggulan dari metode filter Kalman yaitu filter Kalman merupakan metode yang mudah diterapkan dalam berbagai ilmu karena sifatnya yang rekursif. Sedangkan kelemahan dari metode filter Kalman adalah keberhasilan dalam mendapatkan hasil prediksi yang optimal tergantung pada ketepatan dalam mengestimasi *state* awal pada data observasi terbaru (Wei, 1989).

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model ARIMA dan model *state space* untuk data curah hujan di kota Samarinda pada periode Januari 2008 sampai dengan Desember 2013 dan kemudian melakukan prediksi curah hujan kota Samarinda pada tahun 2014 dengan menggunakan metode filter Kalman dan metode ARIMA.

Analisis Deret Waktu

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), analisis deret waktu adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilistik keadaan yang akan terjadi di masa yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan. Menurut Widarjono (2004), suatu data deret waktu dikatakan stasioner jika memenuhi tiga kriteria yaitu jika rata-rata dan variansinya konstan sepanjang waktu dan kovariansi antara dua data runtun waktu yang tergantung dari kelambanan (*lag*) antara dua periode waktu tersebut. Bila kondisi stasioner dalam rata-rata tidak terpenuhi maka diperlukan proses pembedaan (*differencing*). Secara umum operasi *differencing* yang menghasilkan suatu kejadian (proses) baru yang stasioner, misal W_t adalah:

$$W_t = (1-B)^d Z_t \qquad (1)$$

Kemudian apabila kondisi stasioner dalam variansi tidak terpenuhi dilakukan transformasi pangkat (*power transformation*).

$$Z_t^{(\lambda)} = \frac{Z_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda}, \qquad (2)$$

dengan λ adalah parameter transformasi dan Z_t adalah nilai deret waktu Z pada waktu t (Aswi dan Sukarna, 2006).

Selain dengan menggunakan pembeda (*differencing*) dan transformasi Box-Cox, uji stasioneritas data juga dapat dicari dengan menggunakan uji akar unit (*unit roots test*). Uji akar unit pertama kali dikembangkan oleh Dickey-Fuller dan dikenal dengan unit Dickey-Fuller dengan prosedur pengujian untuk menentukan apakah data stasioner atau tidak adalah sebagai berikut:

Hipotesis

H_0 : $\gamma = 0$ (data Y_t mengandung akar unit yang berarti data *time series* Y adalah tidak stasioner)

H_1 : $\gamma < 0$ (data Y_t tidak mengandung akar unit yang berarti data *time series* Y adalah stasioner)

Statistik uji

$$\left|t_{hitung}\right| = \left|\frac{\hat{\gamma}}{se(\hat{\gamma})}\right|, \tag{3}$$

dengan $Se(\hat{\gamma})$ adalah simpangan baku dari $\hat{\gamma}$.

Untuk menentukan apakah data stasioner atau tidak adalah dengan membandingkan antara nilai statistik *ADF Test* yang merupakan koefisien *autoregresive*-nya dengan nilai kritisnya distribusi statistik Mackinnon. Jika nilai t_{hitung} lebih besar dari nilai kritis tabel Mackinnon, maka data yang diamati menunjukkan bahwa data stasioner dan jika sebaliknya nilai t_{hitung} lebih kecil dari nilai kritis tabel Mackinnon, maka data yang diamati menunjukkan bahwa data tidak stasioner (Widarjono, 2004).

***Autocorellation Function* (ACF)**

Autokorelasi adalah suatu ukuran yang menunjukkan keeratan hubungan antara nilai-nilai dari variabel yang diamati. Autokorelasi berguna dalam mengidentifikasi suatu model runtun waktu (Wei, 1989).

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), karena pada dasarnya tidak mungkin fungsi autokorelasi dihitung dari populasi, maka fungsi autokorelasi dihitung sesuai dengan pengambilan data dan dirumuskan sebagai berikut:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(Z_t - \bar{Z})^2} \tag{4}$$

***Partial Autocorellation Function* (PACF)**

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), fungsi autokorelasi parsial adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara pengamatan pada waktu ke-t (dinotasikan dengan Z_t) dengan pengamatan pada waktu-waktu yang sebelumnya (dinotasikan dengan $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \ldots, Z_{t-k}$). Rumus autokorelasi parsial atau ϕ_{kk} adalah:

$$\phi_{kk} = corr(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \ldots, Z_{t-k+1}) \tag{5}$$

Proses *White Noise*

Suatu proses $\{a_t\}$ dinamakan proses *white noise* (proses yang bebas dan identik) jika bentuk peubah acak yang berurutan tidak saling berkorelasi dan mengikuti distribusi tertentu. Rata-rata $E(a_t) = \mu_a$ dari proses ini diasumsikan bernilai nol dan mempunyai variansi yang konstan yaitu $\text{var}(a_t) = \sigma_a^2$ dan nilai kovariansi untuk proses ini $\gamma_k = \text{cov}(a_t, a_{t+k}) = 0$ untuk $k \neq 0$ (Aswi dan Sukarna, 2006).

Metode ARIMA (*Box-Jenkins*)

Teknik *Box-Jenkins* sebagai teknik peramalan berbeda dengan kebanyakan model peramalan yang ada karena di dalam model ini tidak ada asumsi khusus tentang data historis dari deret waktu, tetapi menggunakan model iteratif untuk menentukan model yang terbaik. Model yang dipilih kemudian dicek ulang dengan data historis apakah telah menggambarkan data dengan tepat. Model terbaik akan diperoleh jika residual antara model peramalan dan data historis kecil, didistribusikan secara acak dan independen. Namun bila model yang dipilih tidak mampu menjelaskan dengan baik maka proses penentuan model perlu diulangi (Widarjono, 2004).

Pemeriksaan Diagnostik

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), pada pemeriksaan diagnostik terdiri dari dua uji yaitu uji signifikansi parameter dan dan Uji Kesesuaian Model (uji *white noise* dan uji asumsi kenormalan residual). Dimana pada proses uji signifikansi parameter dilakukan untuk melihat kelayakan suatu model, yaitu untuk menguji apakah suatu parameter model ARIMA layak masuk dalam model atau tidak dengan menunjukkan bahwa penaksiran parameternya signifikan, dengan rumusan hipotesisnya adalah:

Hipotesis

H_0 : $\phi = 0$ (parameter model tidak signifikan)

H_0 : $\phi \neq 0$ (parameter model signifikan)

Statistik uji

$$\left|t_{hitung}\right| = \frac{\hat{\phi}}{Se(\hat{\phi})}, \tag{6}$$

dengan $Se(\hat{\phi}) = \sqrt{\frac{1}{n}}$.

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $\left|t_{hitung}\right| \geq t_{(\alpha,n-1)}$, dimana $t_{(\alpha,n-1)}$ dilihat dari tabel distribusi t atau *p-value* < α.

Kemudian pada uji kesesuaian model yang meliputi uji kecukupan model (uji *white noise*) dan uji asumsi kenormalan residual. Adapun hipotesis dari uji *white noise* adalah sebagai berikut:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_K = 0$ (residual memenuhi syarat *white noise*)

H$_1$: minimal ada satu $\rho_k \neq 0$, untuk $k = 1,2,\ldots K$ (residual tidak memenuhi syarat *white noise*)

Statistik uji yang digunakan yaitu statistik uji *Ljung-Box* atau *Box-Pierce Modified* yang ditulis pada persamaan berikut:

$$\chi^2_{hitung} = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^{\;2}}{(n-k)}, \qquad (7)$$

dengan daerah penolakannya yaitu H$_0$ ditolak jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;df}$ atau *p-value* < *α*.

Menurut Siegel (1994), untuk uji asumsi kenormalan residual yang menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov* hipotesisnya adalah:

H$_0$: Residual data berdistribusi normal

H$_1$: Residual data tidak berdistribusi normal

Statistik uji

$$KS_{hitung} = \sup|F(X) - S(X)|; X = \frac{a_t - \bar{a}}{SD} \qquad (8)$$

dengan daerah penolakannya yaitu H$_0$ ditolak jika $KS_{hitung} > KS_{tabel}$, dimana $KS_{tabel} = KS_{(\alpha,n)}$.

Pengukuran Ketepatan Model ARIMA

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), pada pemodelan data deret waktu, ada kemungkinan terdapat beberapa model yang sesuai yaitu semua parameternya signifikan, residual memenuhi *white noise* serta berdistribusi normal. Untuk menentukan model yang terbaik dari beberapa model memenuhi syarat tersebut dapat digunakan kriteria *Mean Square Error* (MSE), dan *Akaike's Information Creterion* (AIC).

Mean Square Error (MSE) adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik berdasarkan pada hasil sisa peramalannya. Kriteria MSE dirumuskan sebagai berikut:

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\hat{a}_t^2, \qquad (9)$$

semakin kecil nilai MSE berarti nilai taksiran semakin mendekati nilai sebenarnya.

Sedangkan *Akaike's Information Creterion* (AIC) adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik dengan mempertimbangkan banyaknya parameter dalam model. Kriteria AIC dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$AIC = n \times \ln(\frac{SSE}{n}) + 2f + n + n \times \ln(2\pi) \qquad (10)$$

Model Deret Waktu Stasioner

Model deret waktu stasioner terdiri dari Model *Autoregressive* (AR), model *Moving Average* (MA), model *Autoregressive Moving Average* (ARMA), dan model *Autoregressive Integreted Moving Average* (ARIMA). Model *Autoregressive* (AR) adalah model yang menggambarkan bahwa variabel dependen dipengaruhi oleh variabel dependen itu sendiri pada periode dan waktu sebelumnya. Orde dari model AR (yang diberi notasi *p*) ditentukan oleh jumlah periode variabel dependen yang masuk dalam model (Sugiarto dan Harijono, 2000).

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), bentuk umum suatu proses *Autoregressive* orde *p* atau AR(*p*) adalah sebagai berikut:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \qquad (11)$$

Sedangkan bentuk umum suatu proses *Moving Average* orde *q* atau dapat ditulis dengan MA(*q*) adalah:

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \qquad (12)$$

Suatu data runtun waktu juga dapat dijelaskan dengan baik melalui penggabungan antata model AR(*p*) dengan model MA(*q*). model gabungan ini disebut dengan *Autoregressive Moving Average* atau ARMA(*p*,*q*). Bentuk umum dari model ARMA (*p*,*q*) adalah sebagai berikut:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \qquad (13)$$

Kemudian model *Autoregressive Integreted Moving Average* (ARIMA) adalah adalah bentuk yang paling umum digunakan untuk meramalkan suatu data runtun waktu. Hal ini dikarenakan model ini dapat diaplikasikan pada pola data runtun waktu yang tidak stasioner dengan cara transformasi, seperti proses diferensi (*difference*) dengan bentuk umum:

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t \qquad (14)$$

Filter Kalman

Filter Kalman merupakan prosedur rekursif yang digunakan untuk melakukan peramalan dari *state vector*. Filter Kalman adalah prosedur pembaharuan secara rekursif yang terdiri dari pembentukan dugaan awal dari *state space* (ruang keadaan), kemudian merevisi dugaan dengan menambahkan koreksi pada dugaan awal. Besarnya koreksi ditentukan oleh sebaik apa dugaan awal memprediksi observasi baru (Meinhold dan Singpurwala, 1983).

Menurut Wei (1989), model *state space* menggambarkan suatu data univariat dan multivariat runtun waktu melalui peubah tambahan (*state vector*). Model *state space* mempresentasikan suatu proses stokastik dari Z_t yang stasioner, yang didefinisikan sebagai persamaan *state transition* (15) dan persamaan *output* (16).

$$\bar{Z}_{t+1} = F\bar{Z}_t + G\bar{a}_{t+1} \qquad (15)$$

$$\bar{X}_t = H\bar{Z}_t + \bar{b}_t \qquad (16)$$

Dimana:

$$\bar{Z}_t = \begin{bmatrix} Z_t \\ Z_{t-1} \\ \vdots \\ Z_{t-k+1} \end{bmatrix} \qquad (17)$$

$$F = \begin{bmatrix} \phi_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \phi_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{k-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \phi_k & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\bar{X}_t = \begin{bmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \vdots \\ X_{t-k+1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$G = [1 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_k] \quad (20)$$

Dengan:

$\bar{Z}_t$: *State vector* berukuran r x 1

F : Matriks transisi yang menentukan sifat dinamis dari model berukuran r x r

G : Matriks input yang menentukan struktur ragam dari persamaan transisi berukuran n x r

$\bar{X}_t$: Vektor observasi berukuran n x 1

H : Matriks koefisien atau matriks observasi berukuran r x n

$\bar{a}_{t+1}$: Vektor *noise* berukuran r x 1 dengan $\bar{a}_t \sim N(0,\Sigma)$

$\bar{b}_t$: Vektor *noise* berukuran r x 1 dengan $\bar{b}_t \sim N(0,\Omega)$

Menurut Welch dan Bishop (2006), pada filter Kalman estimasi dilakukan dengan dua tahap, yaitu dengan cara memprediksi *state vector* yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi yang dilakukan secara rekursif. Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi *state vector* dimana tingkat akurasinya dihitung menggunakan persamaan kovarian *error*. Sedangkan pada tahap koreksi, hasil setimasi *state vector* yang diperoleh dikoreksi menggunakan observasi Z_t. Salah satu dari tahap ini yaitu menentukan matriks *Kalman gain* yang digunakan untuk meminimumkan kovarian *error*. Tahapan yang dilakukan untuk melakukan prediksi dan koreksi dengan menggunakan teknik filter Kalman yang dapat dilihat pada Tabel 1.

Curah Hujan

Curah hujan adalah butiran-butiran air atau kristal es yang jatuh atau keluar dari awan atau kelompok awan. Jika curahan dimaksudkan dapat mencapai permukaan bumi disebut sebagai hujan dan jika setelah keluar dari dasar awan tetapi tidak jatuh sampai ke permukaan bumi disebut sebagai *virga*. Butir air yang dapat keluar dari awan dan mampu mencapai permukaan bumi harus memiliki garis tengah paling tidak sebesar 200 mikrometer (1 mikrometer = 0,001 cm), kurang dari ukuran diameter tersebut, butir-butir air dimaksud akan habis menguap di atmosfer sebelum mampu mencapai permukaan bumi (Wirjohamidjojo dan Swirinoto, 2007).

Tabel 1. Tahapan Filter Kalman

Konstruksi model *state space*	1). Persamaan *state*: $\bar{Z}_{t+1} = F\bar{Z}_t + G\bar{a}_{t+1}$, $\bar{a}_{t+1} \sim N(0,\Sigma)$ 1). Persamaan *output*: $\bar{X}_t = H\bar{Z}_t + \bar{b}_t$, $\bar{b}_t \sim N(0,\Omega)$
Tahap Prediksi (*Time Update*)	1). Estimasi persamaan *state*: $\bar{Z}_{t+1} = F\bar{Z}_t + G\bar{a}_{t+1}$ (21) 2). Kovarian *error*: $R_{t+1} = F\Gamma_t F' + G\Sigma G'$ (22)
Tahap Koreksi (*Measuremant Update*)	1). Menentukan matriks *Kalman gain*: $K_{t+1} = R_{t+1}H'(\Omega + HR_{t+1}H')^{-1}$ (23) 2). Memperbaharui estimasi dengan observasi $\bar{X}_t$: $\hat{Z}_{t+1} = \bar{Z}_{t+1} + K_{t+1}(\bar{X}_t - H\bar{Z}_{t+1})$ (24) 3). Kovarian *error*: $\Gamma_{t+1} = (I - K_{t+1}H)R_{t+1}$ (25)

Metodologi Penelitian

Penelitian dilaksanakan mulai bulan September 2014 sampai dengan bulan Januari 2015. Tempat pengambilan sampel dilakukan di Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Kota Samarinda dan pengolahan data dilakukan di Laboratorium Statistika Komputasi FMIPA Universitas Mulawarman. Dan menggunakan rancangan kausal komparatif yang bersifat *ex post facto*.

Populasi yang digunakan adalah data curah hujan di Kota Samarinda, sedangkan sampel yang digunakan adalah data curah hujan di kota Samarinda dari tahun 2008 sampai dengan tahun 2013. Kemudian teknik *sampling* yang digunakan adalah *purposive sampling*. Teknik *sampling* ini digunakan berdasarkan pertimbangan dan keperluan dari peneliti.

Selanjutnya variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah curah hujan kota Samarinda (mm) dari tahun 2008 sampai dengan tahun 2013, dimana data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder karena pengumpulan data dilakukan dengan cara mencatat data sampel dari rekapitulasi data di BMKG kota Samarinda mengenai curah hujan di kota Samarinda.

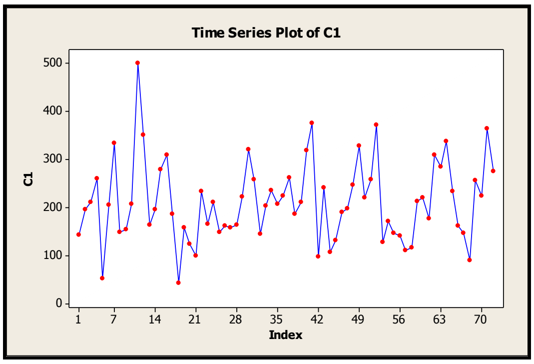
Adapun teknik analisis data dalam penelitian ini yaitu data curah hujan dari tahun 2008 sampai dengan tahun 2013 sebagai data *training* akan diidentifikasi dengan model ARIMA (p,d,q) untuk pembentukan model *state space* dan akan dilakukan prediksi curah hujan kota Samarinda tahun 2014 dengan metode filter Kalman. Adapun tahapan analisis data yang dilakukan yaitu:

1. Identifikasi model ARIMA meliputi:
   a. Melakukan analisis stasioneritas dalam rata-rata dan variansi.
   b. Melakukan penetapan model sementara berdasarkan grafik ACF dan PACF.
2. Melakukan penaksiran parameter model ARIMA.

3. Melakukan uji diagnostik meliputi uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model (uji asumsi *white noise* dan uji kenormalan residual).
4. Pengukuran ketetapan model ARIMA.
5. Mengidentifikasi model *state space* berdasarkan model ARIMA yang diperoleh.
6. Perhitungan persamaan rekursif filter Kalman, meliputi:
   a. Tahap prediksi (*time update*).
   b. Tahap koreksi (*measurement update*).
7. Melakukan diagnostik model *state space* yang meliputi uji asumsi *white noise* dan uji kenormalan residual berdasarkan data yang sudah dikoreksi atau diperbaharui.
8. Melakukan prediksi curah hujan kota Samarinda tahun 2014 dengan metode Filter Kalman dan dibandingkan dengan hasil prediksi menggunakan metode ARIMA.

Hasil dan Pembahasan

Identifikasi Model



Gambar 1. *Time Series Plot* Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013

Berdasarkan Gambar 1 diketahui bahwa data curah hujan kota Samarinda telah stasioner dalam rata-rata karena tidak terjadi perubahan kecenderungan dalam rata-rata yaitu tidak terjadi kenaikan atau penurunan nilai secara tajam pada data (fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata yang konstan) namun belum stasioner terhadap variansi karena fluktuasi data tidak berada pada sekitar nilai variansi yang konstan.

Untuk mengetahui data curah hujan telah stasioner terhadap rata-rata lebih jelasnya dapat dilihat dengan menggunakan uji akar unit (*unit root test*) yaitu uji *Augmented Dickey-Fuller* dan untuk variansi dapat di lihat melalui *Box-Cox plot* dengan hasil sebagai berikut.

Hipotesis

H_0 : Data curah hujan kota Samarinda tidak stasioner

H_1 : Data curah hujan kota Samarinda stasioner

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji

Tabel 2. Uji ADF

		t_{hitung}	*p-value*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6,445	0,000
Taraf Signifikansi (α)	1%	-3,525	
	5%	-2,903	
	10%	-2,589	

Sumber: Hasil Perhitungan Penelitian

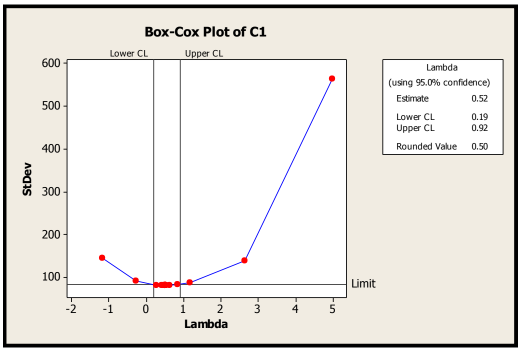
$$\left|t_{hitung}\right| = \left|\frac{\hat{\gamma}}{se(\hat{\gamma})}\right| = 6{,}445, \text{ dengan } p\text{-}value = 0{,}000$$

Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $\left|t_{hitung}\right| \geq \alpha$ atau *p-value* < α

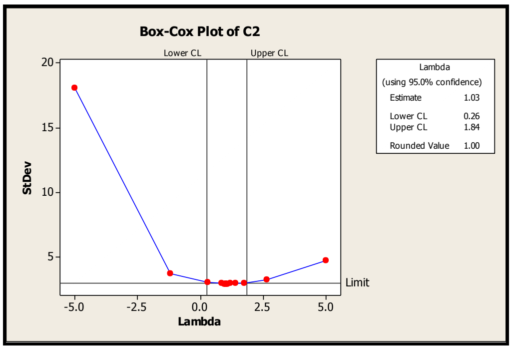
Keputusan dan Kesimpulan

H_0 ditolak karena nilai $\left|t_{hitung}\right| \geq \alpha$ atau *p-value* < α. Jadi dapat disimpulkan bahwa data curah hujan kota Samarinda stasioner.



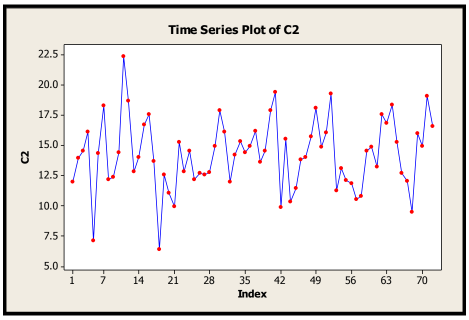
Gambar 2. *Box-Cox Plot* Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013

Dari Gambar 2 terlihat bahwa nilai λ (lihat *Rounded Value*) adalah sebesar 0,50 dimana berdasarkan Tabel 2.1 apabila nilai λ yang diperoleh adalah 0,50 maka data curah hujan kota Samarinda belum stasioner sehingga harus ditransformasi dengan transformasi $\sqrt{Z_t}$, dimana hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut.

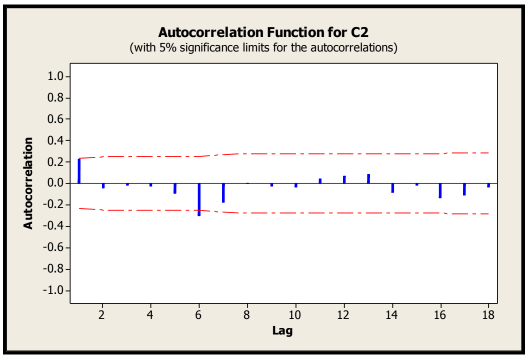


Gambar 3. *Box-Cox Plot* Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013 dengan Transfomasi

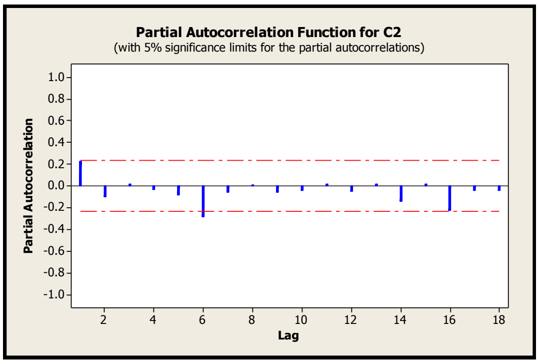
Dari Gambar 3 terlihat bahwa nilai λ (lihat *Rounded Value*) adalah 1, dimana berdasarkan Tabel 2.1 apabila nilai λ yang diperoleh adalah 1 maka data curah hujan kota Samarinda tidak perlu dilakukan transformasi kembali. Hal ini mengindikasikan bahwa data curah hujan kota Samarinda telah stationer dalam variansi. Data yang telah stasioner terhadap rata-rata dan variansi dapat dilihat pada *time series plot* pada Gambar 4 berikut ini.



Gambar 4. *Time Series Plot* Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013 yang Telah Stasioner



Gambar 5. ACF *Plot* Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013



Gambar 6. PACF *plot* data curah hujan kota Samarinda tahun 2008-2013

Dari Gambar 5 dan Gambar 6 terlihat untuk ACF *plot* dan PACF *plot* terpotong *(cut off)* setelah *lag* 1 dan 6 yang berarti taksiran orde AR dan MA berada pada nilai 0, 1, dan 6. Sehingga dugaan model yang digunakan adalah model AR(1), model MA(1), model AR(6), model MA(6), model ARMA(1,1), model ARMA(1,6), model ARMA(6,1), dan model ARMA(6,6).

Penaksiran Parameter Model ARIMA

Hasil taksiran parameter untuk model-model ARIMA berdasarkan *output* Minitab 16 dan Eviews 4 adalah sebagai berikut.

1. Model AR(1)
$$Z_t = 10{,}944 - 0{,}2315 Z_{t-1} + a_t$$
2. Model MA(1)
$$Z_t = 14{,}2363 + 0{,}2658 a_{t-1} + a_t$$
3. Model AR(6)
$$Z_t = 14{,}29188 + 0{,}279830 Z_{t-1} - 0{,}118808 Z_{t-2} + 0{,}042682 Z_{t-3} - 0{,}084504 Z_{t-4} + 0{,}006108 Z_{t-5} - 0{,}314444 Z_{t-6} + a_t$$
4. Model MA(6)
$$Z_t = 14{,}21370 - 0{,}141070 a_{t-1} + 0{,}198038 a_{t-2} + 0{,}098356 a_{t-3} + 0{,}207526 a_{t-4} + 0{,}125444 a_{t-5} + 0{,}410879 a_{t-6} + a_t$$
5. Model ARMA(1,1)
$$Z_t = 17{,}1928 + 0{,}2079 Z_{t-1} + 0{,}4619 a_{t-1} + a_t$$
6. Model ARMA(1,6)
$$Z_t = 14{,}25866 + 0{,}242222 Z_{t-1} + 0{,}295782 a_{t-1} + 0{,}348737 a_{t-2} + 0{,}109460 a_{t-3} + 0{,}276813 a_{t-4} + 0{,}072990 a_{t-5} + 0{,}424698 a_{t-6} + a_t$$
7. Model ARMA(6,1)
$$Z_t = 14{,}27893 + 0{,}451746 Z_{t-1} - 0{,}166039 Z_{t-2} + 0{,}060412 Z_{t-3} - 0{,}088183 Z_{t-4} + 0{,}013934 Z_{t-5} - 0{,}298615 Z_{t-6} + 0{,}189910 a_{t-1} + a_t$$
8. Model ARMA(6,6)
$$Z_t = 14{,}30975 + 0{,}335460 Z_{t-1} - 0{,}236970 Z_{t-2} + 0{,}221680 Z_{t-3} - 0{,}241368 Z_{t-4} + 0{,}133565 Z_{t-5} - 0{,}527515 Z_{t-6} + 0{,}109842 a_{t-1} - 0{,}388306 a_{t-2} + 0{,}125342 a_{t-3} + 0{,}006805 a_{t-4} + 0{,}325265 a_{t-5} - 0{,}553236 a_{t-6} + a_t$$

Pengujian Diagnostik

Uji Signifikansi Parameter

Tabel 3. Uji Signifikansi Parameter

Model		$\lvert t_{hitung} \rvert$	t_{tabel}	*p-value*	α	Keputusan
AR (1)	ϕ_1	1,98	1,66	0,05	0,05	H_0 ditolak
MA (1)	θ_1	-2,31	1,66	0,02	0,05	H_0 ditolak

Sumber: Hasil Perhitungan Penelitian

Tabel 3 merupakan uji signifikansi parameter yang telah dilakukan untuk model AR(1), MA(1), AR(6), MA(6), ARMA(1,1), ARMA(1,6), ARMA(6,1), dan ARMA(6,6) dimana berdasarkan persamaan (6) diperoleh nilai taksiran dari parameter dalam model yang signifikan yaitu model AR(1) dan MA(1).

Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model meliputi kecukupan model (uji *white noise*) dan uji asumsi kenormalan residual.

Uji *White Noise*

Rumusan hipotesis untuk model AR(1) adalah:

Hipotesis

$H_0 : \rho_{12} = \rho_{24} = \rho_{36} = \rho_{48} = 0$ (Residual data curah hujan kota Samarinda memenuhi syarat *white noise*)

H_1 : Minimal ada satu $\rho_k \neq 0$, untuk k = 12,24,36,48 (Residual data curah hujan kota Samarinda tidak memenuhi syarat *white noise*)

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji

$$\chi^2_{hitung} = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^{\,2}}{(n-k)}$$

Tabel 4. Uji *Ljung-Box* AR(1)

Model	*Lag*	*df*	χ^2_{hitung}	$\chi^2_{\alpha;df}$	*p-value*	Keputusan
AR(1)	12	10	8,6	18,30	0,56	H_0 gagal ditolak
	24	22	17,0	33,92	0,76	H_0 gagal ditolak
	36	34	21,9	48,60	0,94	H_0 gagal ditolak
	48	46	40,5	65,17	0,70	H_0 gagal ditolak

Sumber: Hasil Perhitungan Penelitian

Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;df}$ atau *p-value* < α

Keputusan dan Kesimpulan

Karena semua nilai $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{\alpha;df}$ atau semua nilai *p-value* > α, maka dapat disimpulkan bahwa residual data curah hujan kota Samarinda memenuhi syarat *white noise*.

Rumusan hipotesis untuk model MA(1) adalah:

Hipotesis

$H_0 : \rho_{12} = \rho_{24} = \rho_{36} = \rho_{48} = 0$ (Residual data curah hujan kota Samarinda memenuhi syarat *white noise*)

H_1 : Minimal ada satu $\rho_k \neq 0$, untuk k = 12,24,36,48 (Residual data curah hujan kota Samarinda tidak memenuhi syarat *white noise*)

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji

$$\chi^2_{hitung} = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^{\,2}}{(n-k)}$$

Tabel 5. Uji *Ljung-Box* MA(1)

Model	*Lag*	*df*	χ^2_{hitung}	$\chi^2_{\alpha;df}$	*p-value*	Keputusan
MA(1)	12	10	7,6	18,30	0,67	H_0 gagal ditolak
	24	22	16,7	33,92	0,77	H_0 gagal ditolak
	36	34	22,0	48,60	0,94	H_0 gagal ditolak
	48	46	41,2	65,17	0,67	H_0 gagal ditolak

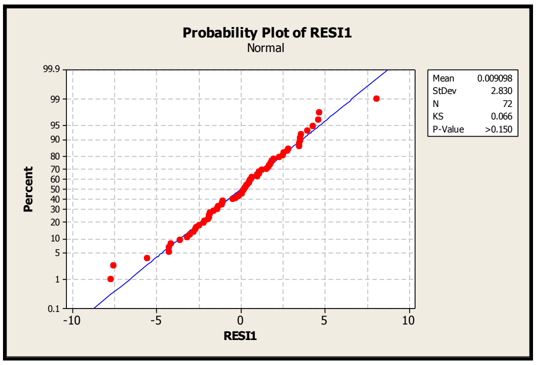
Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;df}$ atau *p-value* < α

Keputusan dan Kesimpulan

Karena semua nilai $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{\alpha;df}$ atau semua nilai *p-value* > α, maka dapat disimpulkan bahwa residual data curah hujan kota Samarinda memenuhi syarat *white noise*.

Uji Kenormalan Residual



Gambar 7. *Probability Plot* dari Residual *Plot* Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013 dengan Model AR(1)

Hipotesis

H_0 : Residual data curah hujan kota Samarinda berdistribusi normal

H_1 : Residual data curah hujan kota Samarinda tidak berdistribusi normal

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji

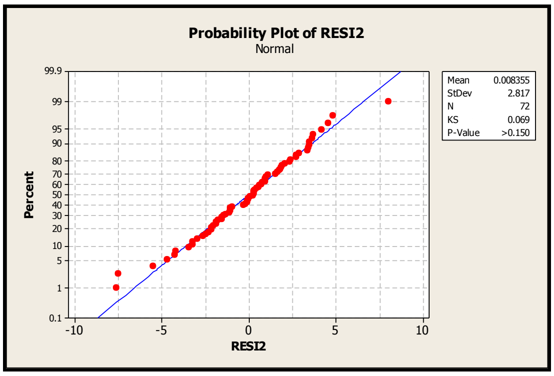
$KS_{hitung} = \sup|F(X) - S(X)| =$ 0,066, dengan *p-value* >0,150

Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $KS_{hitung} > KS_{tabel}$, dimana $KS_{(\alpha,n)}$ = 0,180 atau *p-value* < α

Keputusan dan Kesimpulan

H_0 gagal ditolak karena nilai $KS_{hitung} < KS_{tabel}$ atau *p-value* > α. Jadi dapat disimpulkan bahwa residual data curah hujan kota Samarinda berdistribusi normal.



Gambar 8. *Probability Plot* dari Residual Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013 dengan Model MA(1)

Hipotesis

H_0 : Residual data curah hujan kota Samarinda berdistribusi normal

H_1 : Residual data curah hujan kota Samarinda tidak berdistribusi normal

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0,05$

Statistik Uji

$KS_{hitung} = \sup |F(X) - S(X)|$ = 0,069, dengan *p-value* >0,150

Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $KS_{hitung} > KS_{tabel}$, dimana $KS_{(\alpha,n)}$ = 0,180 atau *p-value* < α

Keputusan dan Kesimpulan

H_0 gagal ditolak karena nilai $KS_{hitung} < KS_{tabel}$ atau *p-value* > α. Jadi dapat disimpulkan bahwa residual data curah hujan kota Samarinda berdistribusi normal.

Pengukuran Ketepatan Model ARIMA

Setelah dilakukan uji kesesuaian model, diperoleh bahwa residual data curah hujan kota Samarinda pada model model AR(1) dan model MA(1) memenuhi syarat *white noise* dan berdistribusi normal. Oleh karena itu akan dilihat nilai MSE (*Mean Square Error*) dan AIC (*Akaike's Information Criterion*) dari kedua model. Dengan hasil sebagai berikut.

1. Nilai MSE:

   MSE model AR(1) $= \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\hat{a}_t^2$

   $= \frac{1}{72}\sum_{t=1}^{72} 568,5 = 7,896$

   MSE model MA(1) $= \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\hat{a}_t^2$

   $= \frac{1}{72}\sum_{t=1}^{72} 563,562 = 7,827$

2. Nilai AIC:

   AIC model AR(1) $= n \times \ln(\frac{SSE}{n}) + 2f + n + n \times \ln(2\pi)$

   $= \left(72 \times \ln\left(\frac{568,5}{72}\right)\right) + (2\times 1) + 72 + (72 \times \ln(2 \times 3,14)) = 196,07$

   AIC model MA(1) $= n \times \ln(\frac{SSE}{n}) + 2f + n + n \times \ln(2\pi)$

   $= \left(72 \times \ln\left(\frac{563,562}{72}\right)\right) + (2\times 1) + 72 + (72 \times \ln(2 \times 3,14)) = 195,79$

Dari pengukuran ketepatan model ARIMA dapat dilihat bahwa model AR(1) memiliki nilai MSE sebesar 7,896 dan AIC sebesar 196,07, sedangkan model MA(1) memiliki nilai MSE sebesar 7,827 dan AIC sebesar 195,79 dimana nilai MSE dan AIC pada model MA(1) lebih kecil dibandingkan dengan nilai MSE dan AIC model AR(1). Dengan dasar perbandingan nilai MSE dan AIC terkecil, maka model ARIMA terbaik untuk data curah hujan kota Samarinda Tahun 2008-2013 adalah model MA(1) dengan persamaan modelnya adalah:

$$Z_t = 14,2363 + 0,2658 a_{t-1} + a_t$$

Filter Kalman

Konstruksi Model *State Space*

Setelah dilakukan analisis runtun waktu pada data *training*, diperoleh model untuk data curah hujan kota Samarinda tahun 2008-2013 yaitu model MA(1). Selanjutnya data curah hujan akan dibagi menjadi dua yaitu data curah hujan waktu sebelumnya (Z_{t-1}) dan data curah hujan waktu sekarang (Z_t), dimana apabila diterapkan pada model *state space* maka akan menjadi $Z_t = \begin{bmatrix} Z_{t-1} \\ Z_t \end{bmatrix}$.

Model *state space* direpresentasikan dalam bentuk persamaan *state transition* dan persamaan *output* yaitu:

$$\bar{Z}_{t+1} = F\bar{Z}_t + G\bar{a}_{t+1},\ \bar{a}_{t+1} \sim N(0,\Sigma)$$

$$\bar{X}_t = H\bar{Z}_t + \bar{b}_t,\ \bar{b}_t \sim N(0,\Omega)$$

Nilai parameter dari model *state space* berdasarkan model MA(1) adalah $G = [1\ \ \theta_1] = [1\ \ -0,2658]$, dengan matriks $F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. Sedangkan matriks *H*, Σ dan Ω diasumsikan sebagai matriks *I*, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Sehingga diperoleh persamaan *state transition*:

$$\bar{Z}_{t+1} = F\bar{Z}_t + G\bar{a}_{t+1}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{t+1} \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{t-1} \\ Z_t \end{bmatrix} + [1\ \ -0,2658]\begin{bmatrix} a_{t+1} \\ a_t \end{bmatrix}$$

Dan persamaan *output*:

$$\bar{X}_t = H\bar{Z}_t + \bar{b}_t$$

$$\begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{t-1} \\ Z_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{t-1} \\ b_t \end{bmatrix}$$

Tahap Prediksi dan Koreksi

$$\hat{Z}_0 = \begin{bmatrix} Z_{t-1,0} \\ Z_{t,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14,2074 \\ 14,2731 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} \Gamma_{11,0} & \Gamma_{12,0} \\ \Gamma_{21,0} & \Gamma_{22,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,4957 & 1,9508 \\ 1,9508 & 8.5001 \end{bmatrix}$$

$\hat{Z}_0$ adalah rata-rata dari data curah hujan sebagai daa *training* dengan kovariansi Γ_0. Kemudian dilakukan perhitungan Z_{t+1} serta mencari R_{t+1} (kovarian *error*), K_{t+1} (*Kalman gain*), dan Γ_{t+1} (kovarian *error* $\hat{Z}_{t+1}$) . Hasil matriks dari R_{t+1}, K_{t+1}, dan Γ_{t+1} telah mengalami kondisi yang stabil atau konvergen pada t = 4, yaitu:

$$\begin{bmatrix} R_{11,t+1} & R_{12,t+1} \\ R_{21,t+1} & R_{22,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,4465 & 1,0706 \\ 1,0706 & 1,0706 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K_{11,t+1} & K_{12,t+1} \\ K_{21,t+1} & K_{22,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4717 & 0,2731 \\ 0,2731 & 0,3758 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11,t+1} & \Gamma_{12,t+1} \\ \Gamma_{21,t+1} & \Gamma_{22,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4717 & 0{,}2731 \\ 0{,}2731 & 0{,}3758 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya melakukan perhitungan X_{t-1} dan X_t kemudian menghitung $\hat{Z}_{t+1}$ untuk memperbaharui estimasi dari *state*.

Diagnostik Model *State Space*

Residual Bersifat *White Noise*

Pengujian terhadap residual merupakan proses yang *white noise* dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung-Box* dimana data yang digunakan adalah data yang sudah dikoreksi atau diperbaharui ($\hat{Z}_{t+1}$).

Hipotesis

H_0 : $\rho_k = 0$ (Residual data curah hujan kota Samarinda memenuhi syarat *white noise*)

H_1 : Minimal ada satu $\rho_k \neq 0$ (Residual data curah hujan kota Samarinda tidak memenuhi syarat *white noise*)

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji

$\chi^2_{hitung} = n(n+2)\sum_{k=1}^{K} \frac{\hat{\rho}_k^2}{(n-k)}$ = 1,148, dengan n=72

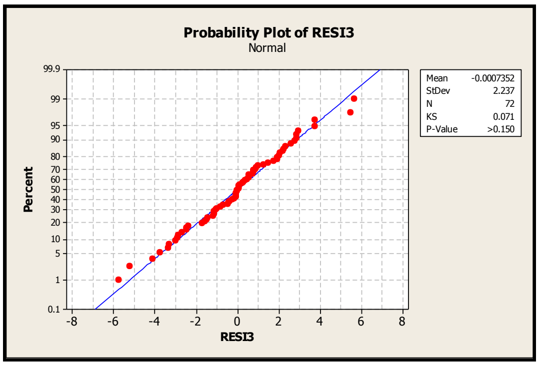
Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;df}$, dimana $\chi^2_{\alpha;df}$ = 3,842

Keputusan dan Kesimpulan

H_0 gagal ditolak karena nilai $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{\alpha;df}$. Jadi dapat disimpulkan bahwa residual data curah hujan kota Samarinda memenuhi syarat *white noise*.

Uji Kenormalan Residual



Gambar 9. *Probability Plot* dari Residual Data Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2008-2013

Hipotesis

H_0 : Residual data curah hujan kota Samarinda berdistribusi normal

H_1 : Residual data curah hujan kota Samarinda tidak berdistribusi normal

Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji

$KS_{hitung} = \sup|F(X) - S(X)|$ = 0,071, dengan *p-value* >0,150

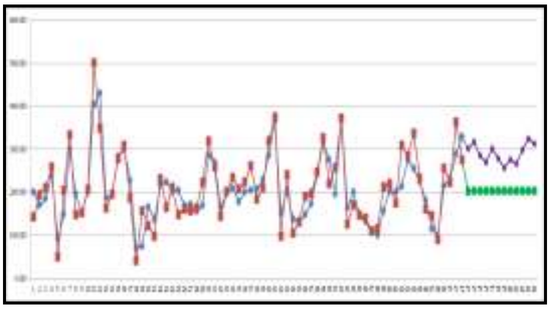
Daerah Kritis

H_0 ditolak jika $KS_{hitung} > KS_{tabel}$, dimana $KS_{(\alpha,n)}$ = 0,180

Keputusan dan Kesimpulan

H_0 gagal ditolak karena nilai $KS_{hitung} < KS_{tabel}$. Jadi dapat disimpulkan bahwa residual data curah hujan Kota Samarinda berdistribusi normal.

Prediksi Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2014



Gambar 10. Perbandingan Hasil Prediksi Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2014 dengan Metode Filter Kalman dan Metode ARIMA

Gambar 10 merupakan hasil prediksi curah hujan kota Samarinda tahun 2014 yang diperoleh dengan metode filter Kalman dan metode ARIMA. Data aktual Z_t pada tahun 2008-2013 (*line* berwarna merah) diperbaharui dengan menggunakan metode filter Kalman dan diperoleh data baru $\hat{Z}_{t+1}$ (*line* berwarna biru), dimana pada gambar tersebut terlihat bahwa data baru yang diperoleh tidak jauh berbeda dengan data aktual. Kemudian data baru tersebut diprediksi dengan menggunakan metode filter Kalman (*line* berwarna ungu) dimana hasil prediksi curah hujan yang terjadi untuk setiap bulannya cukup tinggi. Sedangkan untuk data aktual yang diprediksi dengan metode ARIMA (*line* berwarna hijau) hasil prediksi curah hujan yang terjadi untuk setiap bulannya cenderung konstan setelah bulan Februari. Hasil prediksi curah hujan kota Samarinda juga dapat dilihat pada Tabel 6 berikut.

Dari Tabel 6 terlihat bahwa dengan metode filter Kalman hasil curah hujan pada tahun 2014 cukup tinggi, dimana curah hujan tertinggi terjadi pada bulan November sebesar 324,850 mm dan curah hujan terendah terjadi pada bulan Juli sebesar 256,567 mm. Sedangkan dengan metode ARIMA hasil prediksi curah hujan yang terjadi untuk setiap bulannya cenderung konstan setelah bulan Februari dan berbeda jauh dengan data curah hujan aktual tahun 2008-2013, dimana curah hujan pada bulan Januari adalah sebesar 203,347 mm dan untuk bulan Februari sampai dengan bulan Desember adalah sebesar 203,419 mm.

Tabel 6. Data Hasil Prediksi Curah Hujan Kota Samarinda Tahun 2014 (dalam mm)

Bulan	Hasil Prediksi	
	Metode Filter Kalman	Metode ARIMA
Januari	301,311	203,347
Februari	317,947	203,419
Maret	285,632	203,419
April	269,879	203,419
Mei	302,077	203,419
Juni	278,714	203,419
Juli	256,567	203,419
Agustus	276,220	203,419
September	266,026	203,419
Oktober	298,698	203,419
November	324,850	203,419
Desember	313,042	203,419

Sumber: Hasil Perhitungan Penelitian

Kesimpulan

1. Model ARIMA untuk data curah hujan di kota Samarinda pada periode Januari 2008 sampai dengan Desember 2013 yang terbentuk adalah model MA(1) dengan persamaan modelnya adalah:
$$Z_t = 14,2363 + 0,2658 a_{t-1} + a_t$$
2. Model *state space* untuk data curah hujan di kota Samarinda pada periode Januari 2008 sampai dengan Desember 2013 berdasarkan model MA(1) yang direpresentasikan dalam bentuk persamaan *state transition* dan persamaan *output* yaitu:
   - Persamaan *state transition*:
     $$Z_{t+1} = Z_t + a_{t+1} - 0,2658 a_t$$
     $$Z_t = a_{t+1} - 0,2658 a_t$$
   - persamaan *output*:
     $$X_{t-1} = Z_{t-1} + b_{t-1}$$
     $$X_t = Z_t + b_t$$
3. Hasil prediksi curah hujan kota Samarinda pada tahun 2014 dengan menggunakan metode filter Kalman memiliki curah hujan yang cukup tinggi, dimana curah hujan tertinggi terjadi pada bulan November sebesar 324,850 mm dan curah hujan terendah terjadi pada bulan Juli sebesar 256,567 mm. Sedangkan dengan metode ARIMA hasil prediksi curah hujan yang terjadi untuk setiap bulannya cenderung konstan setelah bulan Februari dan berbeda jauh dengan data curah hujan aktual tahun 2008-2013, dimana curah hujan pada bulan Januari adalah sebesar 203,347 mm dan untuk bulan Februari sampai dengan bulan Desember adalah sebesar 203,419 mm.

Daftar Pustaka

Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu Aplikasi dan Teori*. Makassar: Andira Publisher.

Brocwell, P.J., and Davis, R.A. 1991. *Time Series: Theory and Methods Second Edition*. New York: Springer-Verlag, Inc.

Meinhold, R.J., and Singpurwala, N.D. 1983. *Understanding The Kalman Filter*. Volume 37 No. 2: 123-127. American Statistical Association.

Siegel, Sidney. 1994. *Statistik Nonparametrik untuk Ilmu-ilmu Sosial*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Sugiarto dan Harijono. 2000. *Peramalan Bisnis*. Jakarta: Pt. Gramedia Pustaka Utama.

Wei, W.W.S. 1989. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Canada. Addison Wesley Publishing company.

Welch, G., and Bishop, G. 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*. http://www.cs.unc.edu/. Diakses Pada 17 April 2014.

Widarjono, A. 2004. *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis Edisi Kedua*. Yogyakarta: Ekonisia Fakultas Ekonomi UII.

Winarso., P.A. 2000. *Kondisi dan Masalah Penyusunan Prakiraan Cuaca dan Iklim dan Proyeksinya di Indonesia*. Jakarta: Badan Meteorologi dan Geofisika.

Wirjohamidjojo, S., dan Swirinoto, Y.S. 2007. *Praktek Meteorologi Pertanian*. Jakarta: Badan Meteorologi dan Geofisika.